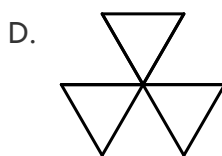
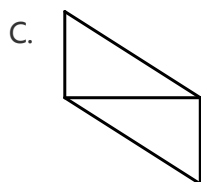
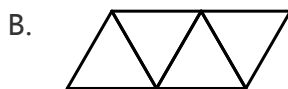
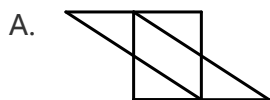


第2讲轴对称初步（练习）

一、轴对称图形

练习

1. 下列图标，可以看作是轴对称图形的是（ ）。



【答案】 D

【解析】 由轴对称图形的定义可知，只有D选项图形是轴对称图形，
其余图形都不是轴对称图形，
故选：D。

【标注】【知识点】轴对称图形的定义

2. 我们知道，中式窗户的图案非常多样，美轮美奂，在下面几个比较简单的窗户图案中，可以看作是轴对称图形的有（ ）。



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 C

【解析】 第一个图形是轴对称图形；
第二个图形是轴对称图形；
第三个图形不是轴对称图形；
第四个图形是轴对称图形；

共3个轴对称图形．

【标注】【知识点】轴对称图形的定义

3. 下列图形中对称轴最多的是（ ）．

A. 等腰三角形

B. 正方形

C. 圆

D. 线段

【答案】C

【解析】A 选项：因为等腰三角形分别沿底边的中线所在的直线对折，对折后的两部分都能完全重合，则等腰三角形是轴对称图形，底边的中线所在的直线就是对称轴，所以等腰三角形有1条对称轴；

B 选项：因为正方形沿对边的中线及其对角线所在的直线对折，对折后的两部分都能完全重合，则正方形是轴对称图形，对边的中线及其对角线所在的直线就是其对称轴，所以正方形有4条对称轴；

C 选项：因为圆沿任意一条直径所在的直线对折，对折后的两部分都能完全重合，则圆是轴对称图形，任意一条直径所在的直线就是圆的对称轴，所以说圆有无数条对称轴；

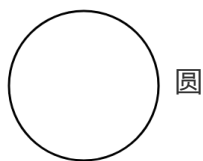
D 选项：线段是轴对称图形，有两条对称轴．

故选 C．

【标注】【知识点】轴对称图形的定义

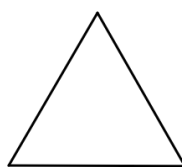
4. 下列图形中对称轴只有两条的是（ ）．

A.



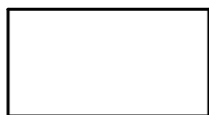
圆

B.



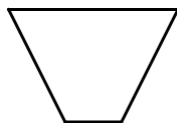
等边三角形

C.



矩形

D.



等腰梯形

【答案】C

【解析】圆，有无数条对称轴，

等边三角形，有3条对称轴，

矩形，有2条对称轴，

等腰梯形，只有一条对称轴．

【标注】【知识点】轴对称的性质

【知识点】轴对称的定义

二、轴对称

练习

5. 下列说法中错误的是（ ）．

- A. 两个关于一直线对称的图形对应点连线的垂直平分线就是它们的对称轴
- B. 关于某直线对称的两个图形全等
- C. 面积相等的两个三角形对称
- D. 两个图形沿着某一直线对折后完全重合，则称这两个图形成轴对称

【答案】C

【解析】A、B、D都正确；

C．面积相等的两个三角形不一定全等，故不一定轴对称，错误．
故选C．

【标注】【知识点】轴对称的性质

6. 下列说法中，正确说法的个数有（ ）．

- ①角是轴对称图形，对称轴是角的平分线；②等腰三角形至少有1条对称轴，至多有3条对称轴；③关于某直线对称的两个三角形一定是全等三角形；④一个锐角和一条边相等的两个三角形全等．

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】B

【解析】对称轴是直线，因此角的对称轴是“角平分线所在直线”，故①错误；

等腰三角形至少有1条对称轴，等边三角形是特殊的等腰三角形，有3条对称轴，故②正确；

关于某直线对称的两个图形，根据轴对称的定义，可以完全重合，而全等三角形是能够完全重合的两个三角形，故③正确；

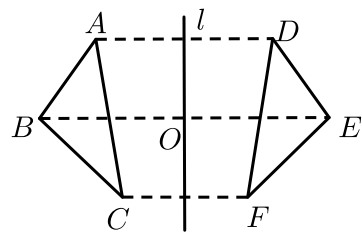
一个锐角和一条边相等的两个三角形不一定全等，要想证明两个三角形全等，至少需要3个条件，故④错误．

综上所述，②③正确．

故选B．

【标注】【知识点】轴对称的性质

7. 如图，若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称， BE 交直线 l 于点 O ，则下列说法不一定正确的是（ ）．



- A. $AB \parallel EF$ B. $AC = DF$ C. $AD \perp l$ D. $BO = EO$

【答案】A

【解析】A选项： $AB \parallel EF$ 不一定成立，故A错误；

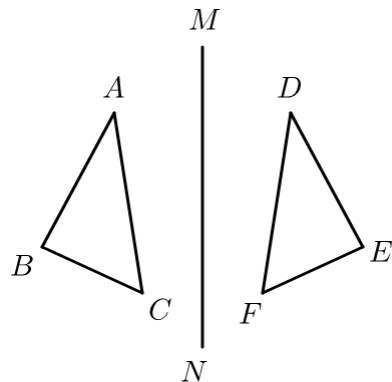
B选项，C选项，D选项： $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称，

$\therefore$ 根据轴对称的性质得， $AC = DF$ ， $AD \perp l$ ， $BO = EO$ ，故B，C，D正确．

故选A．

【标注】【知识点】轴对称的性质

8. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 MN 轴对称，则以下结论中错误的是（ ）．



- A. $AB = DF$ B. $\angle B = \angle E$
C. $AB = DE$ D. A、D的连线被MN垂直平分

【答案】A

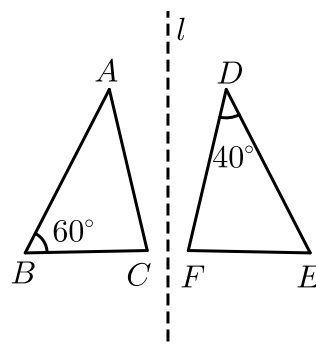
【解析】由对称可知， $AB = DE$ ，但 AB 未必等于 DF 。

【标注】【知识点】轴对称的性质

【知识点】轴对称的定义

练习

9. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称，则 $\angle F$ 等于（ ）。



A. 60°

B. 40°

C. 80°

D. 60° 或 80°

【答案】C

【解析】 $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称，

$$\therefore \angle A = \angle D = 40^\circ,$$

$$\angle B = \angle E = 60^\circ,$$

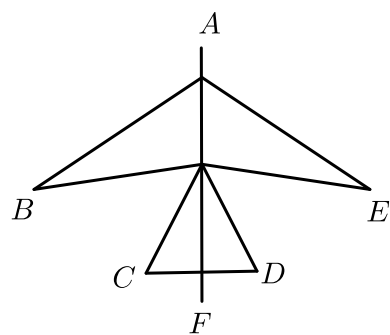
$$\therefore \angle F = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$$

故答案为C。

【标注】【知识点】轴对称的性质

【知识点】轴对称的定义

10. 如图是一个风筝的图案，它是轴对称图形，量得 $\angle B = 30^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数为（ ）。



A. 30°

B. 35°

C. 40°

D. 45°

【答案】 A

【解析】 $\because$ 图形为轴对称图形， AF 为对称轴， $\therefore \angle B$ 与 $\angle E$ 是对应角，又 $\angle B = 30^\circ$ ，
 $\therefore \angle E = \angle B = 30^\circ$.

故选 A .

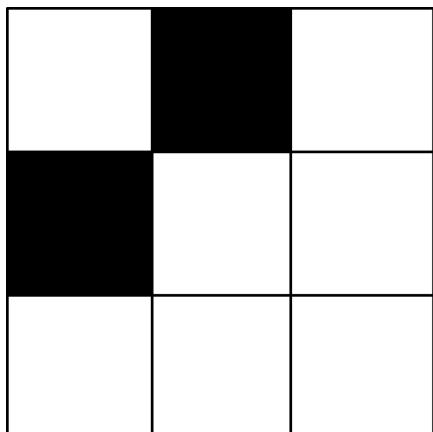
【标注】 【知识点】 轴对称的性质

【知识点】 轴对称的定义

【能力】 推理论证能力

练习

11. 如图，在 3×3 的正方形网格中，已有两个小正方形被涂黑，再将图中其余小正方形任意涂黑一个，使整个图案构成一个轴对称图形的的方法有 ____ 种 .



【答案】 5

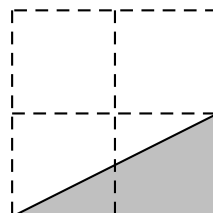
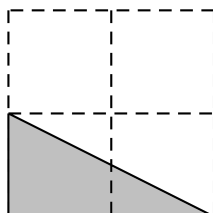
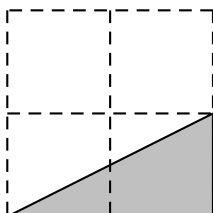
【解析】 解：如果一个图形沿一条直线对折，直线两旁的部分能互相重合，那么这个图形叫做轴对称图形 . 选择一个正方形涂黑，使得 3 个涂黑的正方形组成轴对称图形，选择的位置有

以下几种：1, 3, 7, 6, 5, 选择的位置共有5种。

1		4
	3	6
2	5	7

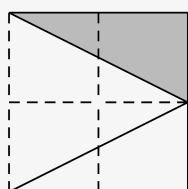
【标注】【知识点】补充图形为轴对称图形

12. 请在下列三个 2×2 的方格中，各画出一个三角形，要求所画三角形是图中三角形经过轴对称变换后得到的图形，且所画的三角形顶点与方格中的小正方形顶点重合，并将所画三角形涂上阴影。（所画的三个图形不能重复，不用直尺画图不给分）

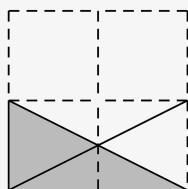


【答案】画图见解析。

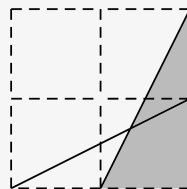
【解析】



图①



图②



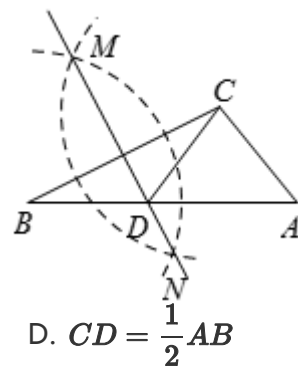
【标注】【知识点】作轴对称变换

三、垂直平分线

练习

13.

如图，在 $\triangle ABC$ 中，按以下步骤作图：①分别以 B, C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 M, N ；②作直线 MN 交 AB 于点 D ，连接 CD 。则（ ）。



A. $BD = CD$

B. $AD = BD$

C. $CD = CA$

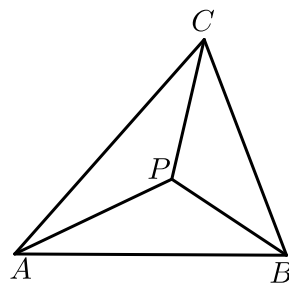
D. $CD = \frac{1}{2}AB$

【答案】A

【解析】题中所作 MN 是 BC 的垂直平分线，
根据垂直平分线性质可得 $BD = CD$ 。

【标注】【知识点】作线段的垂直平分线

14. 如图，点 P 是 $\triangle ABC$ 内的一点，若 $PB = PC$ ，则（ ）。



A. 点 P 在 $\angle ABC$ 的平分线上

B. 点 P 在 $\angle ACB$ 的平分线上

C. 点 P 在边 AB 的垂直平分线上

D. 点 P 在边 BC 的垂直平分线上

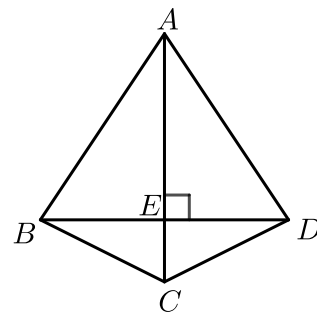
【答案】D

【解析】 $\because PB = PC$ ，
 $\therefore P$ 在线段 BC 的垂直平分线上。
故选D。

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的判定定理

练习

15. 如图，四边形 $ABCD$ 中， AC 垂直平分 BD ，垂足为 E ，下列结论不一定成立的是（ ）。



- A. $AB = AD$ B. AC 平分 $\angle BCD$ C. $\triangle BEC \cong \triangle DEC$ D. $AB = BD$

【答案】 D

【解析】 $\because AC$ 垂直平分 BD ,

$\therefore AB = AD, BC = CD$, 故A正确;

$\therefore AC$ 平分 $\angle BCD$, 故B正确;

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle DEC$ 中,

$$\begin{cases} BC = DC \\ CE = CE \\ BE = DE \end{cases}$$

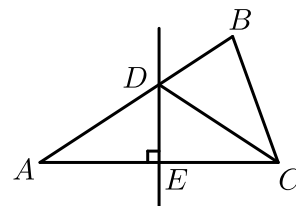
$\therefore \triangle BEC \cong \triangle DEC$ (SSS), 故C正确;

AB 不一定等于 BD , 故D错误.

故选D.

【标注】【知识点】垂直平分线与全等综合

16. 如图， DE 是线段 AC 的垂直平分线，下列结论一定成立的是（ ）。



- A. $DE = BD$ B. $\angle BCD = \angle A$
C. $\angle B > 2\angle A$ D. $2\angle BAC = 180^\circ - 2\angle ADE$

【答案】 D

【解析】 $\because DE$ 垂直平分 AC ,

$\therefore DA = DC$,

$\therefore \angle A = \angle DCA$,

$$\therefore \angle BDC = 2\angle BAC .$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 2\angle ADE ,$$

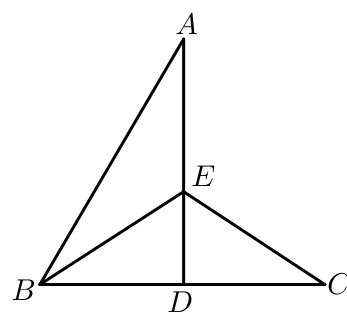
$$\therefore 2\angle BAC = 180^\circ - 2\angle ADE .$$

故选D .

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的性质定理

练习

17. 如图， $\angle ABC = 50^\circ$ ， AD 垂直平分线段 BC 于点 D ， $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AD 于点 E ，连结 EC ，则 $\angle ECD$ 的度数是 _____ .

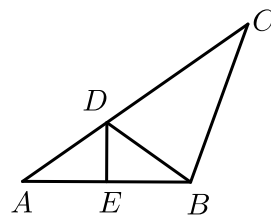


【答案】 25°

【解析】 因为 AD 垂直平分线段 BC ，可证得 $\triangle EBD \cong \triangle ECD$ ，
所以 $\angle ECD = \angle EBD = \frac{1}{2}\angle ABC = 25^\circ$.

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的性质定理

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， $\angle ABC = 110^\circ$ ， AB 的垂直平分线 DE 交 AC 于点 D ，连接 BD ，则 $\angle ABD =$ _____ 度 .



【答案】 35

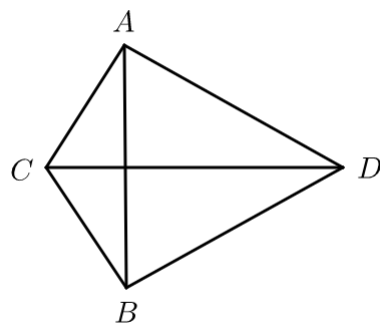
【解析】 $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， $\angle ABC = 110^\circ$ ，
 $\therefore \angle A = \angle C = 35^\circ$ ，

$\because AB$ 的垂直平分线 DE 交 AC 于点 D ,
 $\therefore AD = BD$,
 $\therefore \angle ABD = \angle A = 35^\circ$.

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的性质定理

练习

19. 如图， CD 是线段 AB 的垂直平分线，若 $AC = 2\text{cm}$ ， $DB = 3\text{cm}$ ，则四边形 $ACBD$ 的周长为 _____ cm .

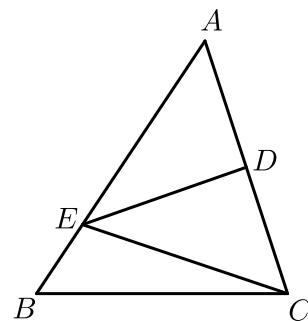


【答案】 10

【解析】 四边形 $ACBD$ 的对称轴为 CD 所在直线，所以周长应该是两倍的 AC 加上 DB ，为10 cm .

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的性质定理

20. 如图， DE 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边的垂直平分线，若 $BC = 8\text{cm}$ ， $AB = 10\text{cm}$ ，则 $\triangle EBC$ 的周长为 _____ .



【答案】 18 cm

【解析】 $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边的垂直平分线，

$$\therefore EA = EC.$$

$$\therefore \triangle EBC \text{的周长} = BC + BE + EC$$

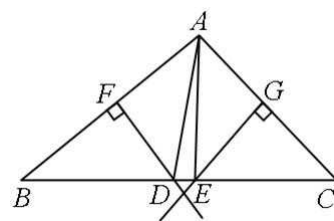
$$= BC + BE + AE$$

$$= BC + AB$$

$$= 18\text{cm}.$$

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的性质定理

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 8\text{cm}$ ， AB 的中垂线交 BC 于 D ， AC 的中垂线交 BC 于 E ，则 $\triangle ADE$ 的周长等于 _____ .



【答案】8cm

【解析】 $\because \triangle ABC$ 中， $BC = 8$ ， AB 的中垂线交 BC 于 D ， AC 的中垂线交 BC 于 E ，

$$\therefore AD = BD, AE = CE$$

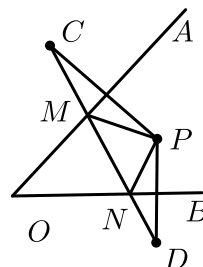
$$\therefore \triangle ADE \text{的周长} = AD + AE + DE = BD + DE + CE = BC = 8.$$

$\triangle ADE$ 的周长等于8 .

故填8 .

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的性质定理

22. 如图，点 P 关于 OA 、 OB 的对称点分别为 C 、 D ，连接 CD ，交 OA 于 M ，交 OB 于 N ，若 $\triangle PMN$ 的周长= 8厘米，则 CD 为 _____ 厘米 .



【答案】8

【解析】根据题意点 P 关于 OA 、 OB 的对称点分别为 C 、 D ，

故有 $MP = MC$ ， $NP = ND$ ，

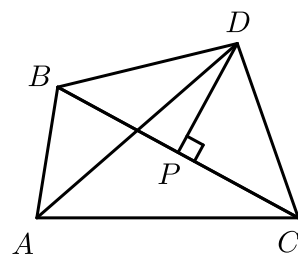
则 $CD = CM + MN + ND = PM + MN + PN = 8\text{cm}$ 。

故答案为：8。

【标注】【知识点】三角形的周长与面积问题

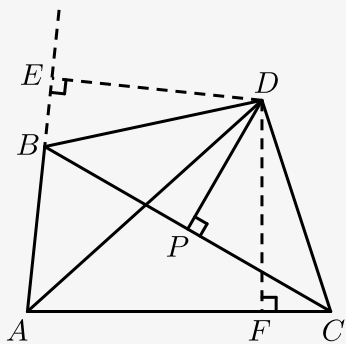
练习

23. 如图， $\triangle ABC$ 中， BC 的垂直平分线 DP 与 $\angle BAC$ 的角平分线相交于点 D ，垂足为点 P ， $\angle BAC = 84^\circ$ ，求 $\angle BDC$ 的度数。



【答案】 96° 。

【解析】过点 D 作 $DE \perp AB$ ，交 AB 延长线于点 E ， $DF \perp AC$ 于 F ，



$\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore DE = DF$ ，

$\because DP$ 是 BC 的垂直平分线，

$\therefore BD = CD$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DEB$ 和 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中，

$$\begin{cases} DB = DC \\ DE = DF \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle DEB \cong \text{Rt}\triangle DFC (\text{HL})$ ，

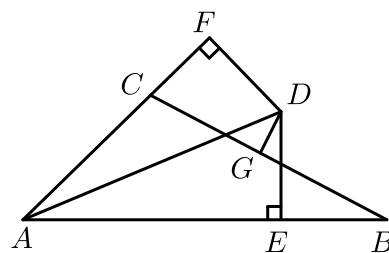
$\therefore \angle BDE = \angle CDF$ ，

$\therefore \angle BDC = \angle EDF$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \angle DEB &= \angle DFC = 90^\circ, \\ \therefore \angle EAF + \angle EDF &= 180^\circ, \\ \therefore \angle BAC &= 84^\circ, \\ \therefore \angle BDC &= \angle EDF = 96^\circ. \end{aligned}$$

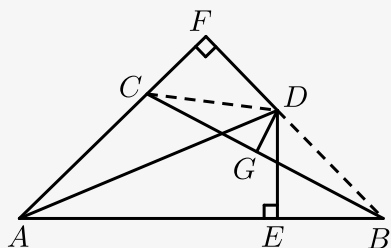
【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

24. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = 11$ ， $AC = 5$ ． $\angle BAC$ 的平分线与边 BC 的垂直平分线相交于点 D ．过点 D 分别作 $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足为 E 、 F ，则 BE 的长为 _____ ．



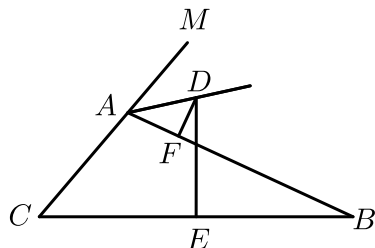
【答案】3

【解析】连接 CD 、 DB ．



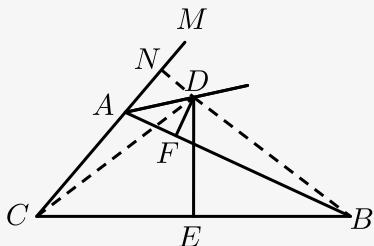
$$\begin{aligned} \therefore AD &\text{平分} \angle FAB, \\ \therefore FD &= DE, \\ \therefore DG &\text{垂直平分} CB, \\ \therefore DC &= DB, \\ \therefore \text{在 Rt} \triangle CDF \text{ 和 Rt} \triangle BED \text{ 中,} \\ \begin{cases} FD = DE \\ DC = DB \end{cases} \\ \therefore \text{Rt} \triangle CDF &\cong \text{Rt} \triangle BED (\text{HL}), \\ \therefore CF &= EB, \\ \therefore AC + AB &= 2AF = 2AE = 16, \\ \therefore AE &= 8, \\ \therefore EB &= 3. \end{aligned}$$

25. 如图, $\triangle ABC$ 边 BC 的垂直平分线 DE 交 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle BAM$ 的平分线于点 D , E 为垂足, $DF \perp AB$ 于 F , 且 $AB > AC$. 求证: $BF = AC + AF$.



【答案】证明见解析.

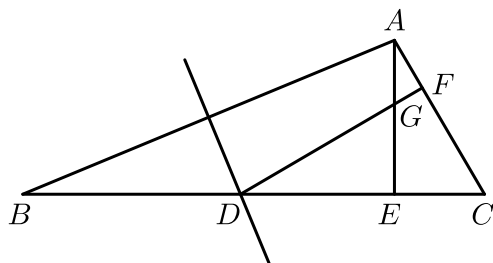
【解析】过 D 作 $DN \perp AC$, 垂足为 N , 连接 DB 、 DC ,
 $\because DA$ 平分 $\angle NAF$, 且 $DN \perp CM$, $DF \perp AB$,
 则 $DN = DF$,



$\because DE$ 垂直平分 CB ,
 $\therefore DB = DC$,
 又 $\because DF \perp AB$, $DN \perp AC$,
 $\therefore \angle DFB = \angle DNC = 90^\circ$,
 在 $\text{Rt}\triangle DBF$ 和 $\text{Rt}\triangle DCN$ 中,
 $\therefore \begin{cases} DB = DC \\ DF = DN \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle DBF \cong \text{Rt}\triangle DCN$ (HL),
 $\therefore BF = CN$,
 在 $\text{Rt}\triangle DFA$ 和 $\text{Rt}\triangle DNA$ 中,
 $\therefore \begin{cases} AD = AD \\ DF = DN \end{cases}$
 $\therefore \text{Rt}\triangle DFA \cong \text{Rt}\triangle DNA$ (HL),
 $\therefore AN = AF$,
 $\therefore BF = AC + AN = AC + AF$,
 即 $BF = AF + AC$.

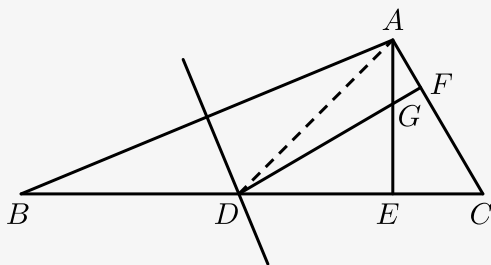
【标注】【知识点】角分线有关的辅助线

26. $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 22.5^\circ$, 边 AB 的垂直平分线交 BC 于 D , $DF \perp AC$ 于 F , 交 BC 边上的高 AE 于 G .
求证: $EG = EC$.



【答案】证明见解析.

【解析】连结 AD ,

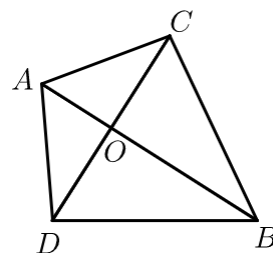


$\because D$ 为 AB 的垂直平分线上一点,
 $\therefore DA = DB$,
 $\therefore \angle BAD = \angle B = 22.5^\circ$,
 $\therefore \angle ADE = 45^\circ$,
 又 $AE \perp BC$,
 $\therefore \angle DAE = 45^\circ = \angle ADE$,
 $\therefore AE = DE$,
 又 $\because \angle EAC + \angle C = 90^\circ$, $\angle FDC + \angle C = 90^\circ$,
 $\therefore \angle EAC = \angle FDC$, $\angle AEC = \angle DEG = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle AEC \cong \triangle DEG(ASA)$,
 $\therefore EG = EC$.

【标注】【知识点】ASA

练习

27. 如图, 已知 $AC = AD$, $BC = BD$, 则 () .



- A. CD 平分 $\angle ACB$ B. CD 垂直平分 AB
 C. AB 垂直平分 CD D. CD 与 AB 互相垂直平分

【答案】C

【解析】方法一：在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle ACB$ 中，

$$\begin{cases} AD = AC \\ BD = BC, \\ AB = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ACB$ (SSS) ,

$\therefore \angle DAB = \angle CAB$,

即 $\angle DAO = \angle CAO$.

在 $\triangle DAO$ 和 $\triangle CAO$ 中，

$$\begin{cases} AD = AC \\ \angle DAO = \angle CAO, \\ AO = AO \end{cases}$$

$\therefore \triangle DAO \cong \triangle CAO$ (SAS) ,

$\therefore OC = OD$, $\angle AOC = \angle AOD = 90^\circ$,

$\therefore AB$ 垂直平分 CD .

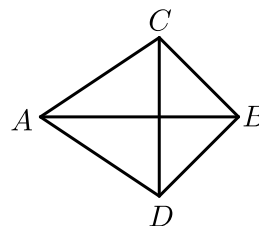
方法二： $\because AC = AD, BC = BD$,

$\therefore$ 直线 AB 为线段 CD 的垂直平分线 .

故选C .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

28. 如图所示， $AC = AD$ ， $BC = BD$ ，则（ ） .



- A. CD 垂直平分 AB B. AB 垂直平分 CD C. CD 平分 $\angle ACB$ D. 以上结论均不对

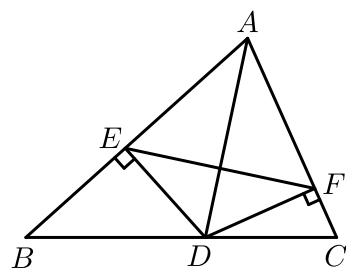
【答案】B

【解析】根据线段垂直平分线的判定定理可知点A、B都在CD的垂直平分线上，
故AB所在直线为CD的垂直平分线。
故选B。

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的判定定理

练习

29. 如图，AD是 $\triangle ABC$ 的角平分线，DE，DF分别垂直于AB，AC，垂足为E，F。求证：AD垂直平分EF。

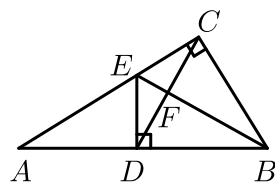


【答案】证明见解析。

【解析】 $\because$ AD是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，
 $\therefore DE = DF$ ，
在Rt $\triangle ADE$ 和Rt $\triangle ADF$ 中，
$$\begin{cases} AD = AD \\ DE = DF \end{cases}$$
 $\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ (HL)，
 $\therefore AE = AF$ ，又 $DE = DF$ ，
 $\therefore$ AD垂直平分EF（到线段两端点的距离相等的点一定在线段的垂直平分线上）。

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

30. 如图，Rt $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，D是AB上一点， $BD = BC$ ，过点D作AB的垂线交AC于点E，求证：BE垂直平分CD。



【答案】证明见解析 .

【解析】 $\because \angle ACB = 90^\circ, DE \perp AB$,
 $\therefore \angle ACB = \angle BDE = 90^\circ$,
在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 和 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中,
$$\begin{cases} BD = BC \\ BE = BE \end{cases}$$
 $\therefore \text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle BCE$,
 $\therefore ED = EC$,
 $\therefore ED = EC, BD = BC$,
 $\therefore BE$ 垂直平分 CD .

【标注】【能力】推理论证能力

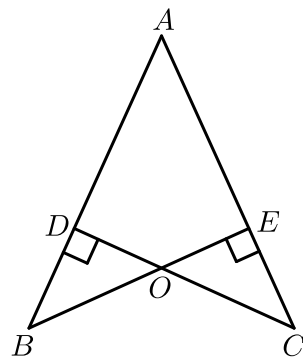
【知识点】全等三角形的对应边与角

【知识点】线段的垂直平分线的判定定理

【知识点】HL

练习

31. 如图, $AB = AC$, $CD \perp AB$ 于 D , $BE \perp AC$ 于 E , BE 与 CD 相交于点 O .



(1) 求证: $AD = AE$.

(2) 连接 OA, BC , 试判断直线 OA, BC 的关系, 并说明理由.

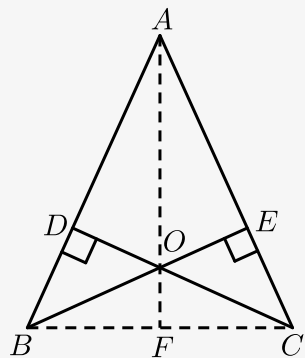
【答案】(1) 证明见解析.

(2) 直线 OA 垂直平分 BC .

【解析】(1) 在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABE$ 中,
$$\begin{cases} \angle A = \angle A \\ \angle ADC = \angle AEB = 90^\circ \\ AC = AB \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE$,

$$\therefore AD = AE .$$

(2) 方法一：连接 BC , AO 并延长交 BC 于 F ,



在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 与 $\text{Rt}\triangle AEO$ 中 ,

$$\begin{cases} OA = OA \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ADO \cong \text{Rt}\triangle AEO (\text{HL})$,

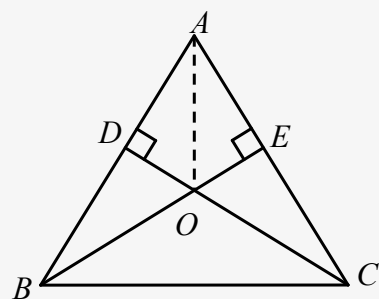
$$\therefore \angle DAO = \angle EAO ,$$

即 OA 是 $\angle BAC$ 的平分线 ,

$$\text{又} \because AB = AC ,$$

$$\therefore OA \perp BC \text{ 且平分 } BC .$$

方法二：如图，连接 OA 、 BC ,



$$\because CD \perp AB , BE \perp AC ,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle AEB = 90^\circ .$$

$\therefore$ 在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle AEB$ 中 ,

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle EAB \\ AD = AE \\ \angle ADC = \angle AEB \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEB (\text{ASA}) .$

$$\therefore \angle ABE = \angle ACD ,$$

$$\text{又} \because AB = AC ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB ,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB ,$$

$\therefore OB = OC$, 而 $AB = AC$,

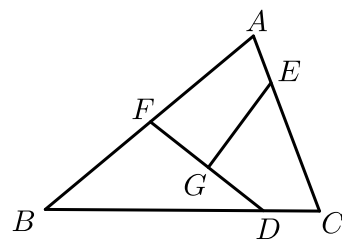
$\therefore OA$ 垂直平分 BC .

【标注】【知识点】HL

【知识点】AAS

【知识点】线段的垂直平分线的判定定理

32. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, 点 D 、 E 、 F 分别在边 BC , CA , AB 上, 且 $CD = AE$, $AF = CE$, 若点 G 是线段 DF 的中点, 试判断 EG 与 DF 的位置关系, 并说明理由 .



【答案】 EG 垂直平分 DF , 证明见解析 .

【解析】 EG 垂直平分 DF ,

理由: 连接 EF 、 ED ,

$\because AB = BC$,

$\therefore \angle A = \angle C$,

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CDE$ 中 ,

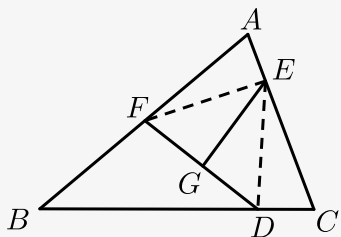
$$\begin{cases} AF = CE \\ \angle A = \angle C \\ AE = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CDE (\text{SAS})$,

$\therefore EF = ED$,

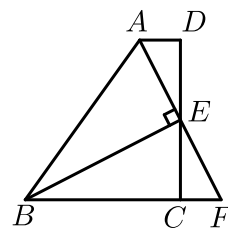
$\therefore E$ 在 FD 的垂直平分线上 ,

$\therefore EG$ 垂直平分 DF .



【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

33. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 为 CD 的中点，连结 AE 、 BE ， $BE \perp AE$ ，延长 AE 交 BC 的延长线于点 F 。



- (1) 求证： $FC = AD$ 。
 (2) 求证： $AB = BC + AD$ 。

【答案】 (1) 证明见解析。

(2) 证明见解析。

【解析】 (1) $\because E$ 是 CD 的中点，

$$\therefore DE = CE.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle FCE, \angle DAE = \angle CFE.$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE (\text{AAS}).$$

$$\therefore FC = AD.$$

$$(2) \because \triangle ADE \cong \triangle FCE,$$

$$\therefore AE = FE.$$

$$\text{又} \because BE \perp AE,$$

$$\therefore BE \text{是线段} AF \text{的垂直平分线},$$

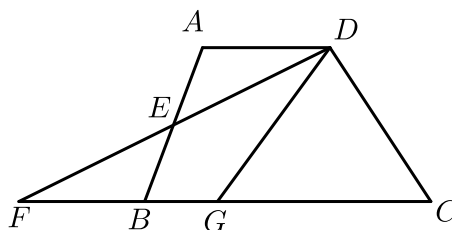
$$\therefore AB = FB.$$

$$\because FB = BC + FC = BC + AD,$$

$$\therefore AB = BC + AD.$$

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

34. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 是 AB 的中点，连接 DE 并延长交 CB 的延长线于点 F ，点 G 在边 BC 上，且 DF 平分 $\angle ADG$ 。



- (1) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle BFE$.
- (2) 连接 EG ，判断 EG 与 DF 的位置关系并说明理由.

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) EG 垂直平分 DF ，理由见解析 .

【解析】 (1) $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle ADE = \angle BFE ,$$

$\because E$ 为 AB 的中点 ,

$$\therefore AE = BE .$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BFE$ 中

$$\begin{cases} \angle ADE = \angle BFE \\ \angle AED = \angle BEF , \\ AE = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BFE \text{ (AAS)} .$$

(2) EG 垂直平分 DF .

理由如下：连接 EG ,

$$\because \angle GDF = \angle ADE , \angle ADE = \angle BFE ,$$

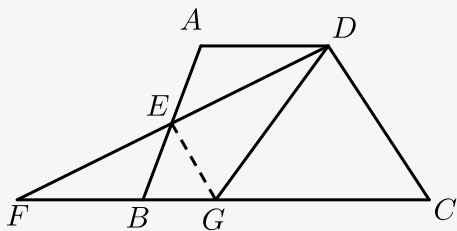
$$\therefore \angle GDF = \angle BFE ,$$

$\therefore GD = GF$, 即点 G 在线段 DF 的垂直平分线上 ,

$$\because \triangle ADE \cong \triangle BFE ,$$

$\therefore DE = FE$, 即点 E 在线段 DF 的垂直平分线上 ,

$\therefore GE$ 垂直平分 DF .



【标注】 【知识点】线段的垂直平分线的判定定理

【知识点】全等三角形的对应边与角

【知识点】AAS

【知识点】平行线的性质

【能力】推理论证能力